

Hauptklausur Computergrafik WS 2023/2024

5.3.2024

Name	
Matrikelnummer	

Beachten Sie:

- Die Klausur umfasst 27 Seiten (14 Blätter) mit 11 Aufgaben.
- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Sie haben **90 Minuten** Bearbeitungszeit.
- Schreiben Sie Ihre Matrikelnummer oben auf jedes bearbeitete Aufgabenblatt.
- Schreiben Sie Ihre Lösungen auf die Aufgabenblätter. Bei Bedarf können Sie weiteres Papier anfordern.
- Streichen Sie nicht zu bewertende Lösungen durch.
- Wir akzeptieren auch englische Antworten.

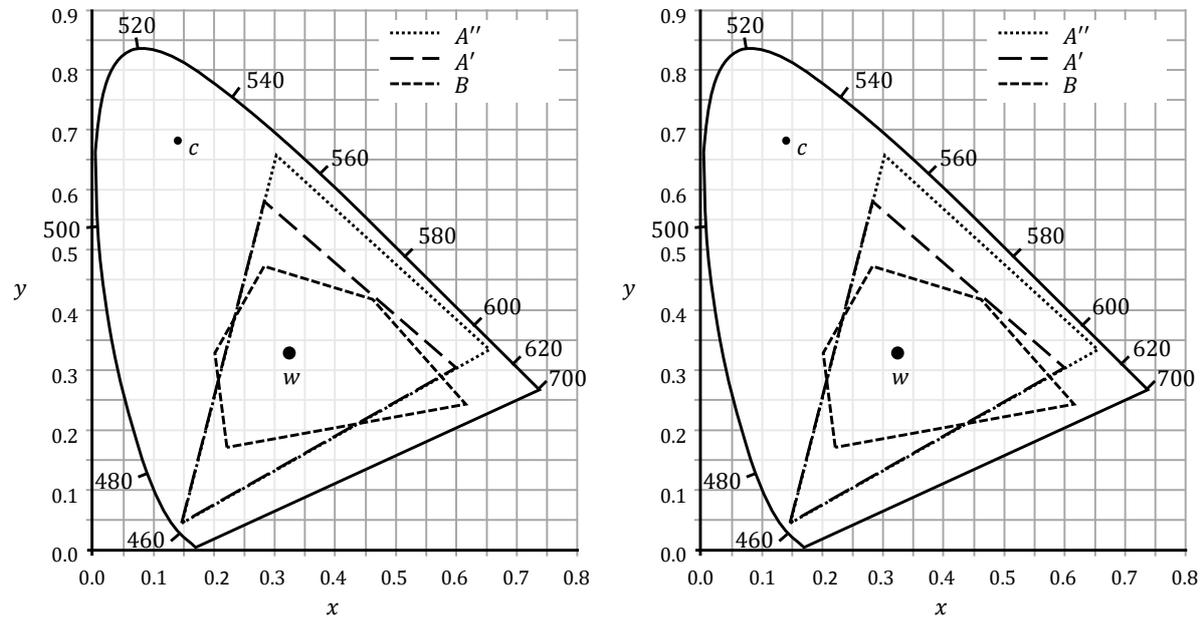
Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Gesamt
Erreichte Punkte												
Erreichbare Punkte	13	16	11	17	12	24	11	10	34	19	13	180

Note



Aufgabe 1: Farbe und Wahrnehmung (13 Punkte)

Im folgenden Chromazitätsdiagramm sind zwei RGB-Monitor-Farbgamuts A' und A'' , sowie ein Druckergamut B abgebildet.



- a) Ein Bild von einem orange-roten Sonnenuntergang wird auf beiden Monitoren angezeigt. Auf welchem Monitor können die Farben kräftiger wirken? Begründen Sie Ihre Zuordnung in einem Satz! (2 Punkte)



- b) Markieren Sie in obiger Abbildung alle Chromazitätswerte, welche mit Hilfe des zu A' gehörigen Monitors korrekt gedruckt werden können! Zur Korrektur können Sie die zweite Zeichnung verwenden. Kennzeichnen Sie eindeutig, welche Zeichnung bewertet werden soll! (2 Punkte)



- c) Gegeben sei der Tristimuluswert $t = (X, Y, Z) = (0.5, 0.3, 0.2)$ im XYZ-Farbraum. Berechnen Sie dessen Chromazitätswerte und tragen Sie diese in die obige Abbildung ein! Der Rechenweg muss klar erkennbar sein! Zur Korrektur können Sie die zweite Zeichnung verwenden. Kennzeichnen Sie eindeutig, welche Zeichnung bewertet werden soll! (4 Punkte)



Matrikelnummer: _____

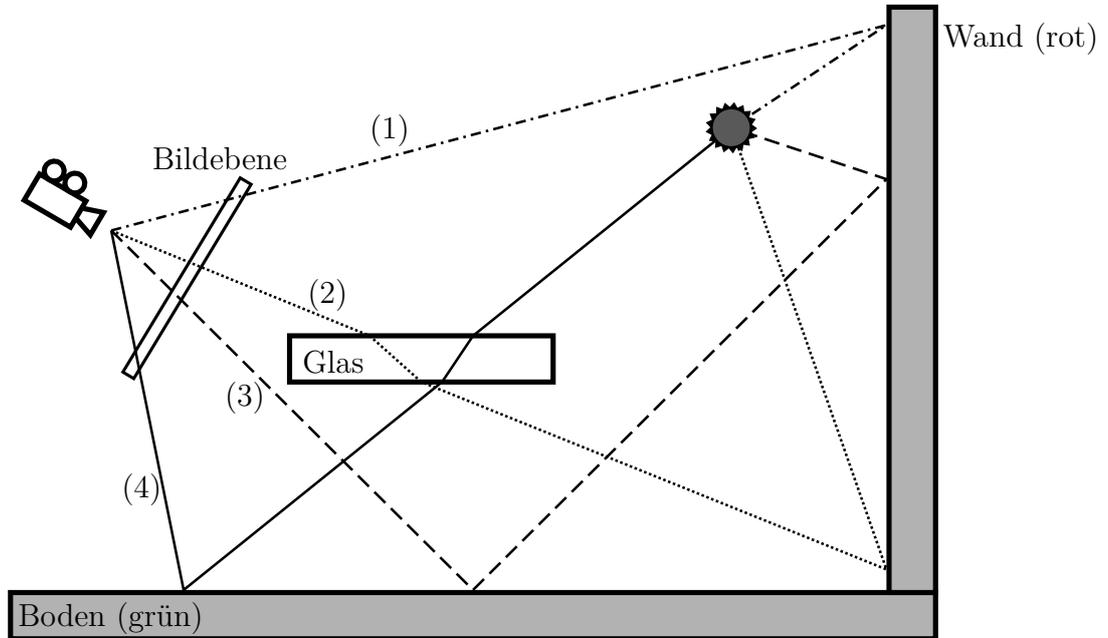
- d) Geben Sie an, was der (gekrümmte) Rand des Chromatizitätsdiagramms repräsentiert!
(1 Punkt)

- e) Bestimmen Sie *zeichnerisch* die vollgesättigte Farbvalenz zur Farbe c mit Hilfe des Weißpunkts w ! Zur Korrektur können Sie die zweite Zeichnung verwenden. Kennzeichnen Sie eindeutig, welche Zeichnung bewertet werden soll! (4 Punkte)



Aufgabe 2: Whitted-Style Raytracing (16 Punkte)

Die folgende Abbildung zeigt eine Szene im Vakuum mit einem grünen Boden, einer roten Wand (je $k_d > 0, k_a = k_s = k_t = k_r = 0$) sowie einen Glasblock ($k_d = k_a = k_s = k_r = 0, k_t = 1, \eta_{Block} > 1$) im Vakuum. Die Szene wird von einer weißen Punktlichtquelle beleuchtet und durch eine Lochkamera beobachtet. Die Abbildung zeigt außerdem die Lichttransportpfade (1) bis (4), die die Kamera und das Licht verbinden.



a) Geben Sie für jeden der Transportpfade an, ob dieser durch Whitted-Style Raytracing erzeugt werden kann oder nicht und begründen Sie kurz Ihre Antwort! (8 Punkte)

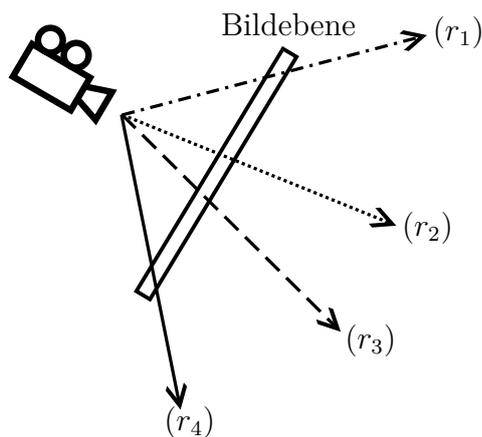
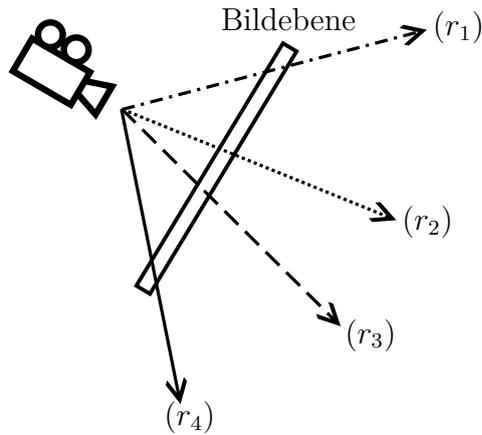
(1)

(2)

(3)

(4)

- b) In der folgenden Abbildung ist die Bildebene der Kamera nochmal dargestellt. Die Strahlen (r_1) , (r_2) , (r_3) und (r_4) zeigen, an welcher Position die Primärstrahlen der jeweiligen Lichttransportpfade (1) bis (4) aus Teilaufgabe a) die Bildebene schneiden. Das Bild wird nun mittels Whitted-Style Raytracing berechnet. Skizzieren Sie das daraus resultierende Bild der Kamera, indem Sie die Bildebene in Bereiche gleicher Farbe unterteilen und diese Bereiche mit ihrer jeweiligen Farbe beschriften! *Zur Korrektur können Sie die zweite Zeichnung verwenden.* Kennzeichnen Sie eindeutig, welche Zeichnung bewertet werden soll! (8 Punkte)



Ersatzgrafik



Aufgabe 3: Shading und Beleuchtungsmodell (11 Punkte)

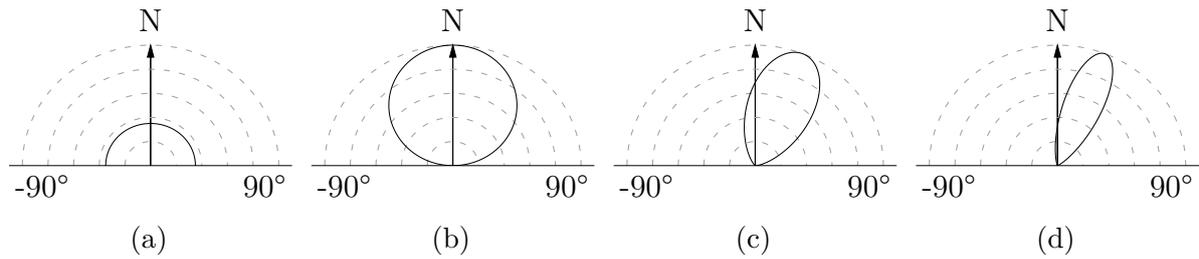


Abbildung 1: Die Polardarstellungen zeigen verschiedene Komponenten des Phong-Beleuchtungsmodells in Abhängigkeit des Winkels zwischen der Lichtrichtung und der Oberflächennormale.



a) Benennen Sie welche Komponente des Phong-Beleuchtungsmodells durch Abbildung 1a, 1b, 1c und 1d jeweils beschrieben wird! **(4 Punkte)**

(a)

(b)

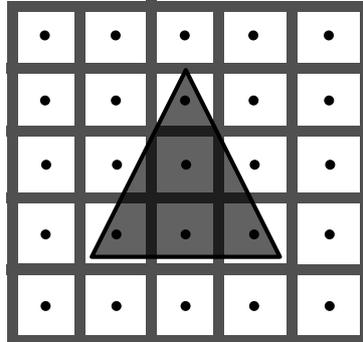
(c)

(d)



b) Vergleichen Sie nun Abbildung 1c und 1d. Welcher Modellparameter des Phong-Beleuchtungsmodells verursacht die gezeigte Variation? Wie äußert sich die Variation des Modellparameters in den Abbildungen visuell? **(3 Punkte)**

- c) Das Dreieck in der folgenden Abbildung wird rasterisiert und bedeckt 5 Pixel. Wie oft wird das Beleuchtungsmodell ausgewertet, wenn Gouraud Shading verwendet wird und wie oft, wenn Phong Shading verwendet wird? Begründen Sie Ihre Antwort! (4 Punkte)



Gouraud Shading:

Phong Shading:



Aufgabe 4: Räumliche Datenstrukturen (17 Punkte)

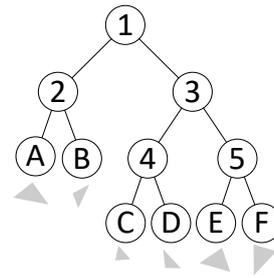
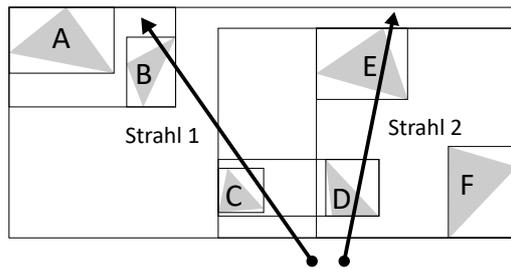


Abbildung 2: Hüllkörper (links) und Topologie (rechts) einer Hüllkörper-Hierarchie mit eingezeichneten Strahlen.

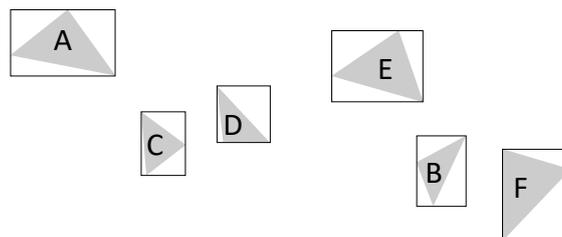
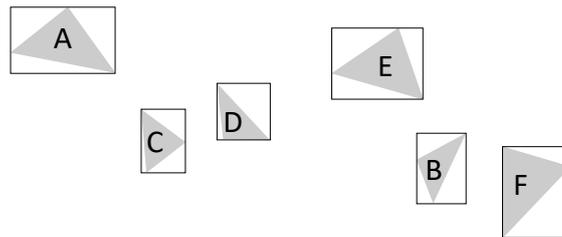
- a) Gegeben sei die Hüllkörper-Hierarchie aus Abbildung 2. Bestimmen Sie für die eingezeichneten Strahlen, in welcher Reihenfolge Hüllkörper traversiert werden! Geben Sie hierzu eine Zeichenfolge von Buchstaben und Ziffern an, die jenen der Hüllkörper entsprechen! Die Traversierung verarbeitet näher gelegene Hüllkörper zuerst. **(6 Punkte)**



Strahl 1:

Strahl 2:

- b) Die Geometrie verändert sich unter einer Animation jetzt leicht wie in der unteren Abbildung dargestellt. Skizzieren Sie die Hüllkörper der neuen Hüllkörper-Hierarchie, die bei Wiederverwendung der Hierarchie aus Abbildung 2 entstehen würden! *Zur Korrektur können Sie die zweite Zeichnung verwenden. Kennzeichnen Sie eindeutig, welche Zeichnung bewertet werden soll!* **(4 Punkte)**



Ersatzgrafik

- c) Nennen Sie je einen Vor- und Nachteil von dem Vorgehen aus Teilaufgabe b) gegenüber der vollständig neuen Erzeugung einer Hüllkörper-Hierarchie! **(4 Punkte)**

Vorteil:

Nachteil:

- d) Neben achsenparallelen Boxen als Hüllkörper für Hierarchien gibt es auch Alternativen. Nennen Sie zwei Beispiele und geben Sie jeweils einen Vor- und Nachteil gegenüber achsenparallelen Boxen als Hüllkörper an! **(3 Punkte)**

Hüllkörper		
Vorteil		
Nachteil		

Aufgabe 5: Transformationen (12 Punkte)

Gegeben sind die affinen Transformationen **A** bis **F**:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

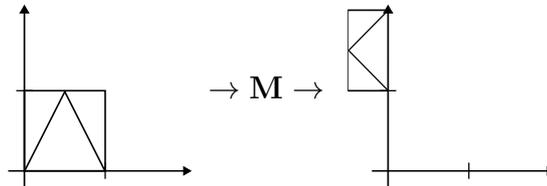
$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

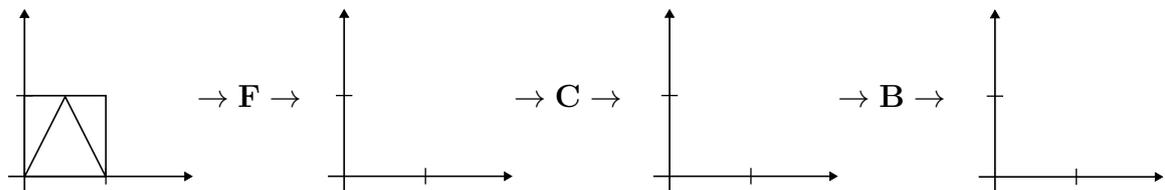
$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) Geben Sie an, wie eine affine Transformation **M** aus den Matrizen **A** bis **F** gebildet werden kann, die das Objekt wie in der folgenden Abbildung transformiert! (3 Punkte)

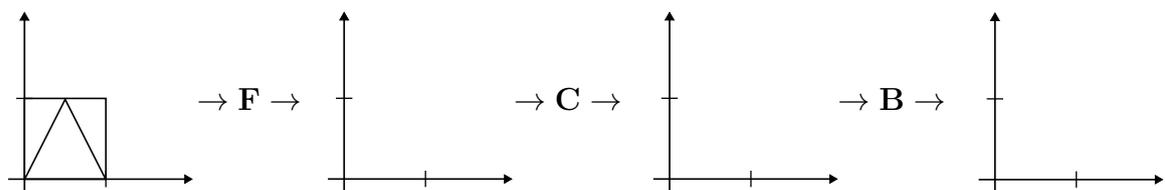


M =

- b) Skizzieren Sie, wie das Objekt schrittweise durch die Matrizen **F**, **C** und **B** transformiert wird! Zur Korrektur können Sie die zweite Zeichnung verwenden. Kennzeichnen Sie eindeutig, welche Zeichnung bewertet werden soll! (6 Punkte)



Ersatzgrafik:



Matrikelnummer: _____

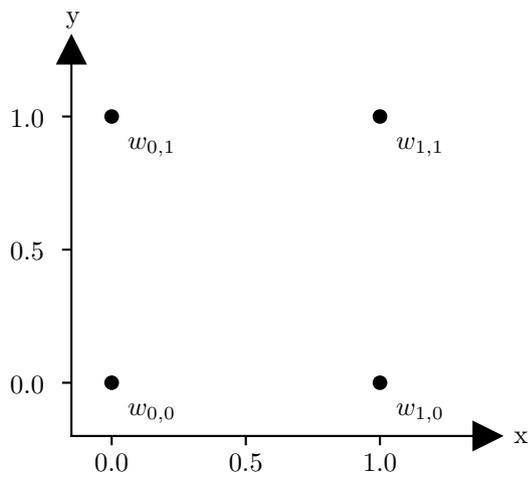
- c) Sie transformieren ein Objekt o mit der Matrix $\mathbf{T} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{F}$. Werden die Normalen von o bei der Transformation mit der Matrix \mathbf{T} richtig transformiert? Begründen Sie Ihre Antwort! Wie können Normalen, gegeben eine affine Transformation \mathbf{T}' , im Allgemeinen korrekt transformiert werden? (**3 Punkte**)

**Aufgabe 6: Texturen und Baryzentrische Koordinaten (24 Punkte)**

a) Nennen Sie zwei Alternativen zu bilinearer Interpolation bei Texturen, die aus der Vorlesung bekannt sind! (2 Punkte)



b) Die Werte $w_{i,j}$ sollen bilinear interpoliert werden. Berechnen Sie die Interpolationsgewichte jeweils für die Stellen (x, y) ! (6 Punkte)



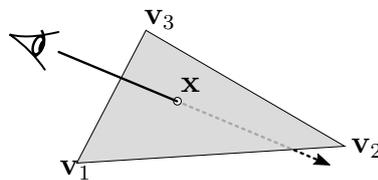
Gewicht	$w_{0,1}$	$w_{1,1}$	$w_{0,0}$	$w_{1,0}$
$(x, y) = \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$				
$(x, y) = \left(\frac{2}{3}, \frac{1}{4}\right)$				

c) In dieser Aufgabe geht es um Vorfilterung von Texturen.

i) Wie muss die Auflösungsstufe bei Mip-Mapping einer Textur idealerweise gewählt werden? Benennen Sie die beiden Probleme, die auftreten können, wenn dies *nicht* der Fall ist! **(3 Punkte)**

ii) Begründen Sie, warum es in einer Mip-Map akzeptabel ist, die Stufen jeweils in halbiertes Auflösung zu speichern! **(3 Punkte)**

d) Ein Strahl schneide die von $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ aufgespannte Ebene im Punkt \mathbf{x} . Für \mathbf{x} wurden die baryzentrischen Koordinaten $\lambda_1 = 0.5$ und $\lambda_2 = 0.4$ bezüglich der Eckpunkte des Dreiecks $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ berechnet.



i) Begründen Sie anhand von λ_1 und λ_2 , dass ein Schnittpunkt des Strahls mit dem Dreieck vorliegt! **(2 Punkte)**

ii) Wir betrachten nun den Punkt $\mathbf{x}' = \mathbf{x} + \frac{1}{2}(\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1)$. Berechnen Sie die baryzentrischen Koordinaten $\lambda'_1, \lambda'_2, \lambda'_3$ von \mathbf{x}' ! **(8 Punkte)**

Aufgabe 7: OpenGL Pipeline (11 Punkte)

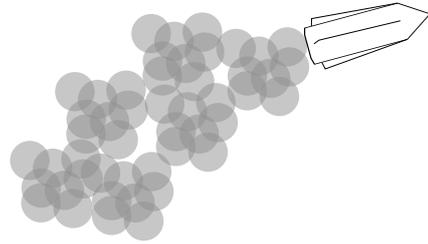
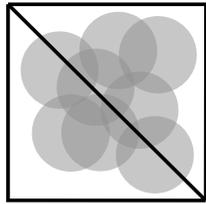
a) Geben Sie für die folgenden Pipeline-Stufen an, auf welcher Art von *Eingabedaten* diese jeweils arbeiten und welche Art von *Ausgabedaten* sie erzeugen! Geben Sie außerdem an:

- die *Anzahl der Eingabeelemente* einer Ausführung (“1” oder “ N ”)
- die *Anzahl der Ausgabeelemente* in Bezug auf die Eingabeelemente (“0 oder 1”, “1”, “ $M = N$ ”, “ $M < N$ ”, oder “ M ”) **(6 Punkte)**

Stufe	Anzahl	Eingabedaten	Anzahl	Ausgabedaten
Fragment Shader (Ausgabe in den Backbuffer)				
Vertex Shader				
Rasterisierung				
Primitive Assembly				

b) Warum muss die Pipeline bis einschließlich zur Primitive Assembly-Stufe durchlaufen werden, bevor entschieden werden kann, ob ein Teil der Eingabevertices durch OpenGL Backface-Culling verworfen werden kann? **(2 Punkte)**

- c) Für die Rauchfahne einer Rakete sollen 1024 Partikel gerendert werden. Jeder Rauchpartikel, welcher im Vertexbuffer nur mit einer Position gespeichert ist, soll aus zwei Dreiecken bestehen, auf die eine Textur abgebildet wird:



- i) Wie können jeweils zwei Dreiecke im *Geometry Shader* erzeugt werden? (1 Punkt)

- ii) Welche alternative Möglichkeit besteht ohne *Geometry Shader* zwei Dreiecke pro Partikel zu erzeugen? (1 Punkt)

- iii) Die Textur enthält Bereiche, die nicht gezeichnet werden sollen. Wie kann dies umgesetzt werden *ohne* Blending zu benutzen? (1 Punkt)

**Aufgabe 8: Blending (10 Punkte)**

a) An welcher Stelle in der OpenGL-Pipeline findet Blending statt? **(1 Punkt)**



b) Gegeben sind der Farbwert $F_s = (R_s, G_s, B_s, A_s)$ aus dem Fragment Shader und der Farbwert $F_d = (R_d, G_d, B_d, A_d)$ aus dem Framebuffer. Diese Farbwerte werden nun mit Blending kombiniert. Geben Sie jeweils an, welche OpenGL-Konfiguration die angegebene Kombination erzeugt! Es genügt, jeweils die Zahl der Konstante einzutragen. **(6 Punkte)**

Mögliche Parameter: ① GL_ZERO, ② GL_ONE, ③ GL_SRC_COLOR,
 ④ GL_ONE_MINUS_SRC_COLOR, ⑤ GL_DST_COLOR,
 ⑥ GL_ONE_MINUS_DST_COLOR, ⑦ GL_SRC_ALPHA,
 ⑧ GL_ONE_MINUS_SRC_ALPHA, ⑨ GL_DST_ALPHA,
 ⑩ GL_ONE_MINUS_DST_ALPHA.

Mögliche Funktionen: ① GL_FUNC_ADD, ② GL_FUNC_SUBTRACT,
 ③ GL_FUNC_REVERSE_SUBTRACT, ④ GL_MIN, ⑤ GL_MAX.

i) $1 \cdot F_s + 0 \cdot F_d$

```
glBlendFunc (           ,           );
glBlendEquation (           );
```

ii) $A_s \cdot F_s + (1 - A_s) \cdot F_d$

```
glBlendFunc (           ,           );
glBlendEquation (           );
```

iii) $A_d \cdot F_s - A_s \cdot F_d$

```
glBlendFunc (           ,           );
glBlendEquation (           );
```



c) Erklären Sie, warum beim Alpha-Blending von semitransparenten Objekten eine Sortierung notwendig ist, auch wenn der Tiefentest eingeschaltet ist! Wie werden die Objekte sortiert? **(3 Punkte)**

Matrikelnummer: _____

Aufgabe 9: OpenGL Shader (34 Punkte)



In dieser Aufgabe geht es um das Rendering mittels OpenGL-Shader eines reflektierenden und transparenten Glasobjekts, das mit Normal Mapping und einer Cube-Environment Map beleuchtet wird.

a) Das Glasobjekt liegt als Dreiecksnetz vor. Vereinfachend wird zunächst angenommen, dass Lichtbrechung nur am ersten Schnittpunkt eines Kamerastrahls mit dem Objekt stattfindet.

i) Warum ist diese Einschränkung bei Rasterisierung notwendig? **(2 Punkte)**



ii) Sie sollen für das Rendering möglichst wenige Shader verwenden – welche benötigen Sie? **(2 Punkte)**





iii) Geben Sie für die folgenden Aufgaben bzw. Funktionsaufrufe an, in welchen Shadern Sie sie ausführen *können*! Begründen Sie jeweils kurz! **(8 Punkte)**

(1) `gl_Position = ...;`

(2) Berechnung der Richtung vom Betrachter zu einem Oberflächenpunkt

(3) `textureCube`

(4) `refract`

(5) Berechnung des Fresnel-Terms

- b) Das Objekt ist nun als vorzeichenbehaftete Distanzfunktion $DF(\text{vec3 } x)$ definiert, die bereits implementiert ist:

```
float DF( vec3 x ) { ... };
```

Im Inneren des Objekts ist die Brechzahl $\eta_a=1.3$, das umgebende Medium hat die Brechzahl 1.0 .

Ebenso kann der Gradient der Distanzfunktion mit $\text{vec3 } G(\text{vec3 } x)$ ausgewertet werden (dieser Gradient berücksichtigt bereits das Normal Mapping).

- (i) Vervollständigen Sie die Funktion `intersectDF`, die Sphere-Tracing auf dem Distanzfeld ausführt und bei einem Schnittpunkt `true`, sowie dessen Koordinate `s` und die Distanz entlang des Strahls `t` zurückgibt! Wird nach `maxSteps` Schritten kein Schnittpunkt gefunden wird `false` zurückgeliefert. **(12 Punkte)** □

```
const float eps = 1e-7;           // Distanzschwellwert für Schnittpunkt
const int  maxSteps = 512;        // maximale Anzahl Sphere-Tracing-Schritte

bool intersectDF( vec3 o,          // Strahlursprung
                 vec3 d,          // normalisierte Strahlrichtung
                 out vec3 s,      // Schnittpunkt
                 out float t )    // Distanz entlang des Strahls
{
```

```
};
```

- (ii) Der folgende Code zeigt die Behandlung einer Refraktion. Begründen Sie, warum eine Korrektur des Schnittpunkts und die Berechnung der relativen Brechzahl wie dargestellt notwendig ist, wenn der Refraktionsstrahl R mit Sphere-Tracing weiterverfolgt werden soll! Was testet die `if (DF(o))`-Bedingung und warum wird sie benötigt? (6 Punkte)



```
vec3 s;  
float t;  
vec3 R;  
  
if ( intersectDF( o, d, s, t ) )  
{  
    vec3 ds = vec3(0);  
    float relEta = 0;  
    if( DF( o ) < 0 )  
    {  
        ds = G( o ) * 4.0 * eps;  
        relEta = eta;  
    } else {  
        ds = -G( o ) * 4.0 * eps;  
        relEta = 1.0 / eta;  
    }  
  
    // Korrektur:  
    vec3 s_R = s + ds;  
  
    // Berechnung der Refraktionsrichtung  
    R = refract( -d, N, relEta );  
}
```

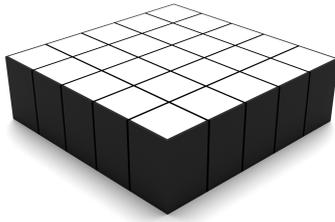
Matrikelnummer: _____

(iii) Was ist Gloss-Mapping und warum ist es bei der gewählten Schattierungstechnik einfach und mit geringem Aufwand möglich hinzuzufügen? **(2 Punkte)**

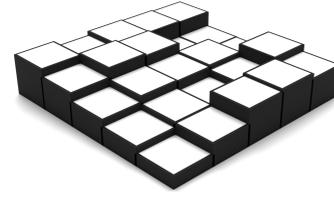
(iv) Wie könnten Sie einfach Dispersionseffekte bei der Refraktion hinzufügen? Wie ändert sich dabei der Berechnungsaufwand im Shader? **(2 Punkte)**



Aufgabe 10: Prozedurale Modellierung (19 Punkte)



(a) Ursprüngliche Szene



(b) Szene mit angepassten Quadern

- a) In dieser Teilaufgabe wird eine Szene aus Quadern modelliert, die senkrecht auf der Ebene $z = 0$ stehen und deren Höhe mit $T_K(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} := (x, y)$, am Mittelpunkt ihrer Grundfläche bestimmt wird:

$$T_K(\mathbf{x}) = 1 - \sum_{k=0}^K \frac{1}{2^k} \left| n \left(\left(\frac{1}{2} \right)^k \mathbf{x} \right) \right|$$

Die Funktion $T_K(\mathbf{x})$ verwendet dazu die Rauschfunktion $n(\mathbf{x})$. Für die Szene wird eine Hüllkörperhierarchie (BVH) für Raytracing mit achsenparallelen Hüllkörpern (AABB) berechnet. Warum ist jede BVH \mathcal{B}' , die mit $T_{K'}(\mathbf{x})$ mit $K' \leq K$ konstruiert wird, eine korrekt-funktionierende BVH für die Szene? Was ist der Nachteil gegenüber einer BVH \mathcal{B} , die mit $T_K(\mathbf{x})$ mit $K' < K$ generiert wurde? (5 Punkte)



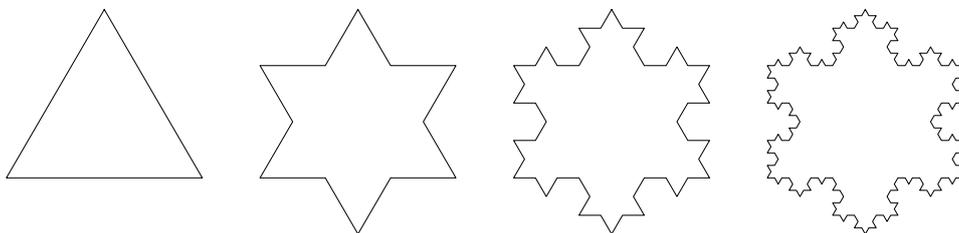
- b) Nun wird $T_K(\mathbf{x})$ aus Teilaufgabe a) direkt als Höhenfeld interpretiert. Der Schnittpunkt eines Strahls $r(i) = o + id$ mit $d_z < 0$ wird mit Raymarching bestimmt ($i \in \mathbb{N}$) und ist gefunden, wenn $r_z(i) \leq T_K(r_x(i), r_y(i))$. Erläutern Sie (textuell oder Pseudocode) wie die Rauschfunktion $n(\mathbf{x})$ nur minimal oft ausgewertet werden muss! **(5 Punkte)**



- c) Ein Kommilitone schlägt Ihnen vor, die Funktion $n(x) = \sin(x)$, $x \in \mathbb{R}$ als eindimensionale Rauschfunktion zu verwenden. Geben Sie *eine* Eigenschaft von Rauschfunktionen an, welche diese Wahl erfüllen würde! Geben Sie an, warum Sie dennoch davon abraten! **(3 Punkte)**



- d) Sie wollen prozedural Kochsche Schneeflocken mit L-Systemen generieren. Die folgende Abbildung zeigt die ersten drei Iterationsschritte. Geben Sie die Ableitungsregeln für ein L-System mit $V = \{F, +, -\}$, $\alpha = 60^\circ$ und Startwort $F - -F - -F$ an, welches, interpretiert als Turtle-Grafik, die Schneeflocke erzeugt! **(6 Punkte)**





Aufgabe 11: Bézier-Kurven (13 Punkte)

a) Gegeben sei die Bézier-Kurve $F(u) = \sum_{i=0}^3 \mathbf{b}_i B_i^3(u)$ vom Grad 3 mit $u \in [0, 1]$ und

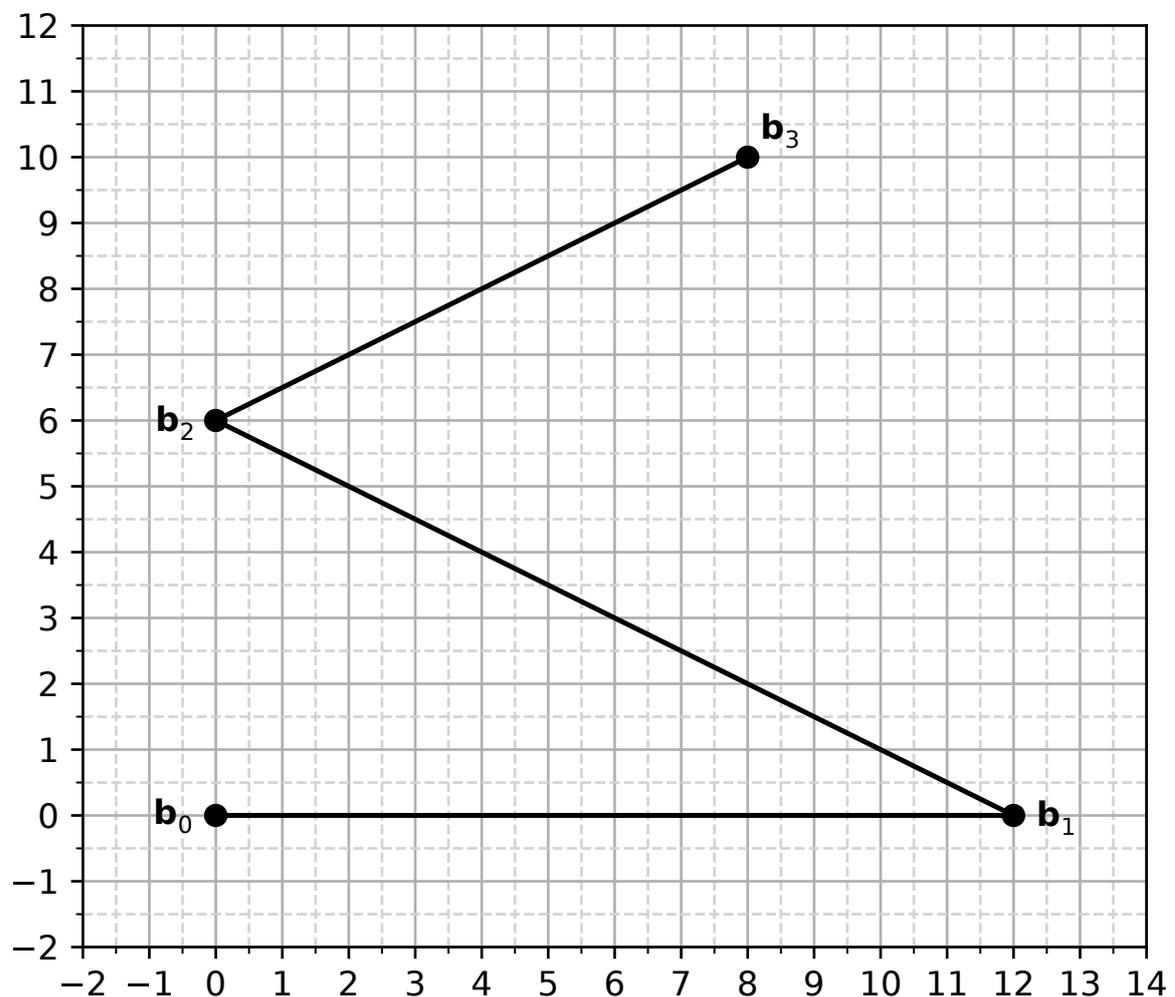
$$\mathbf{b}_0 = (0, 0), \quad \mathbf{b}_1 = (12, 0), \quad \mathbf{b}_2 = (0, 6), \quad \mathbf{b}_3 = (8, 10).$$

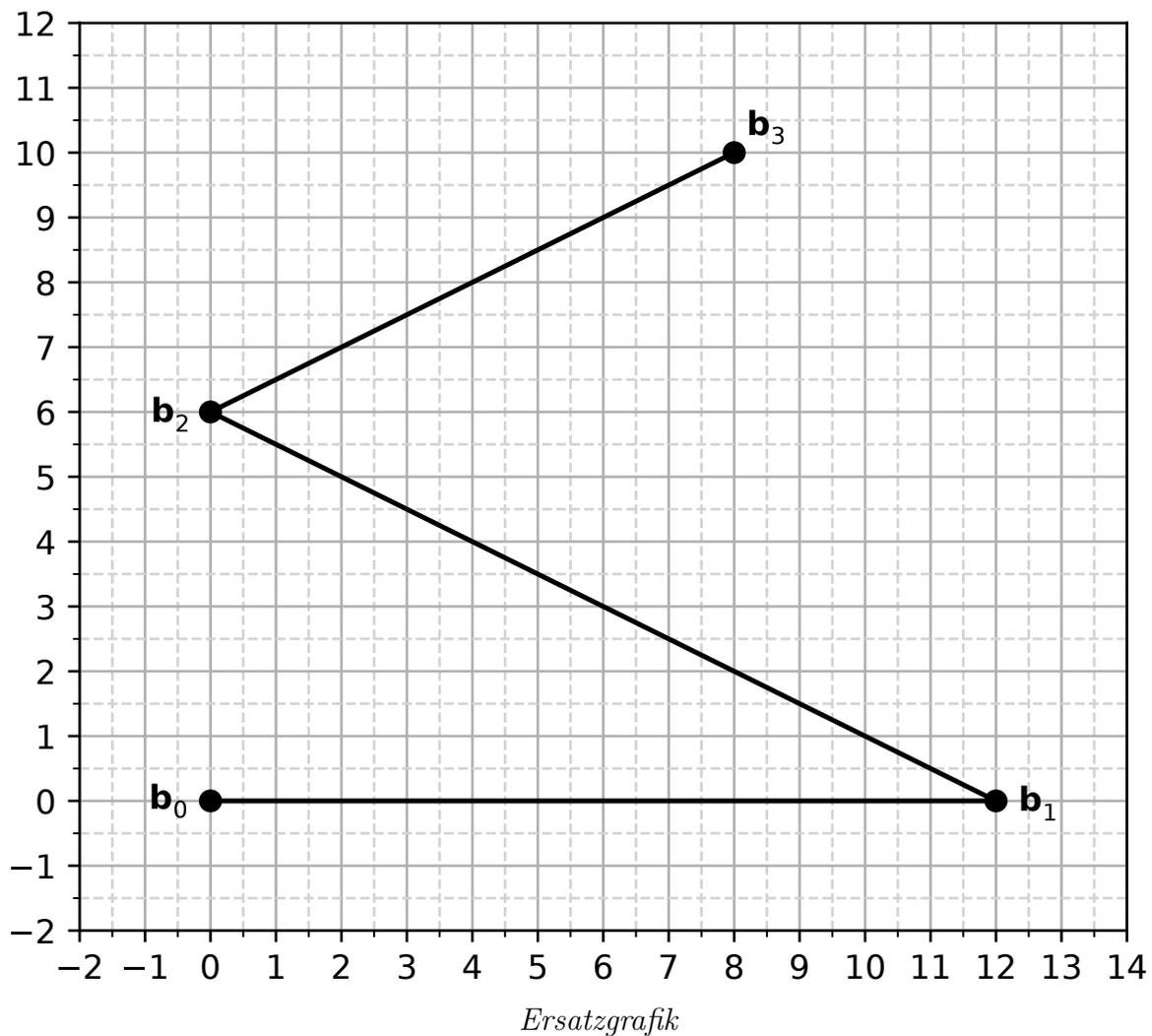
Bestimmen Sie den Punkt $F(0.5)$ in der Abbildung unten, indem Sie die Kurve *zeichnerisch* für $u = 0.5$ unterteilen! Machen Sie dabei die Kanten und Punkte der Kontrollpolygone der Teilkurven kenntlich!

Nutzen Sie anschließend die Kontrollpolygone der entstehenden Teilkurven, um $F(u)$ unter Ausnutzung der Eigenschaften von Bézier-Kurven zu skizzieren!



Zur Korrektur können Sie die zweite Zeichnung auf der nächsten Seite verwenden. Kennzeichnen Sie eindeutig, welche Zeichnung bewertet werden soll! (7 Punkte)

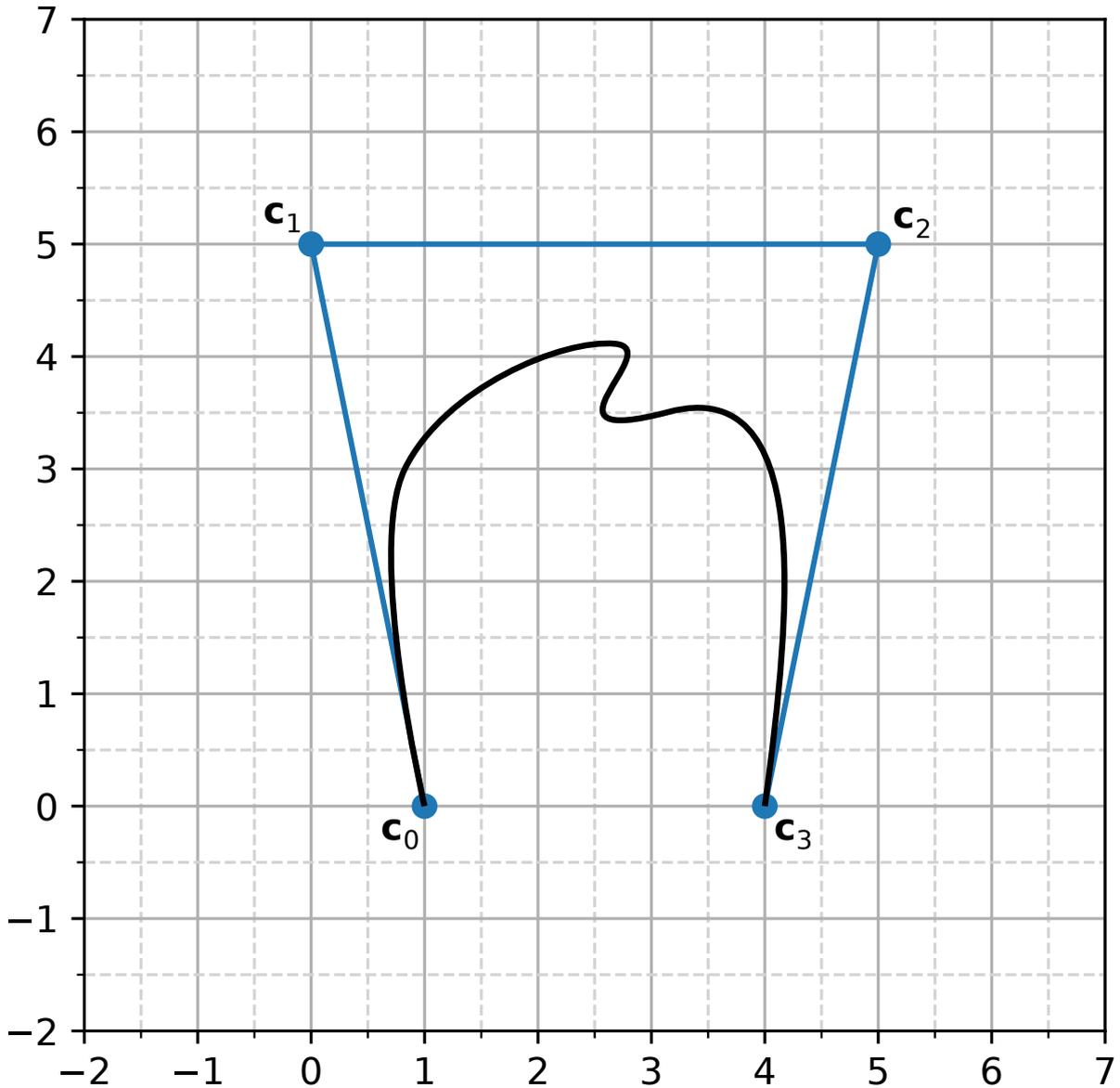


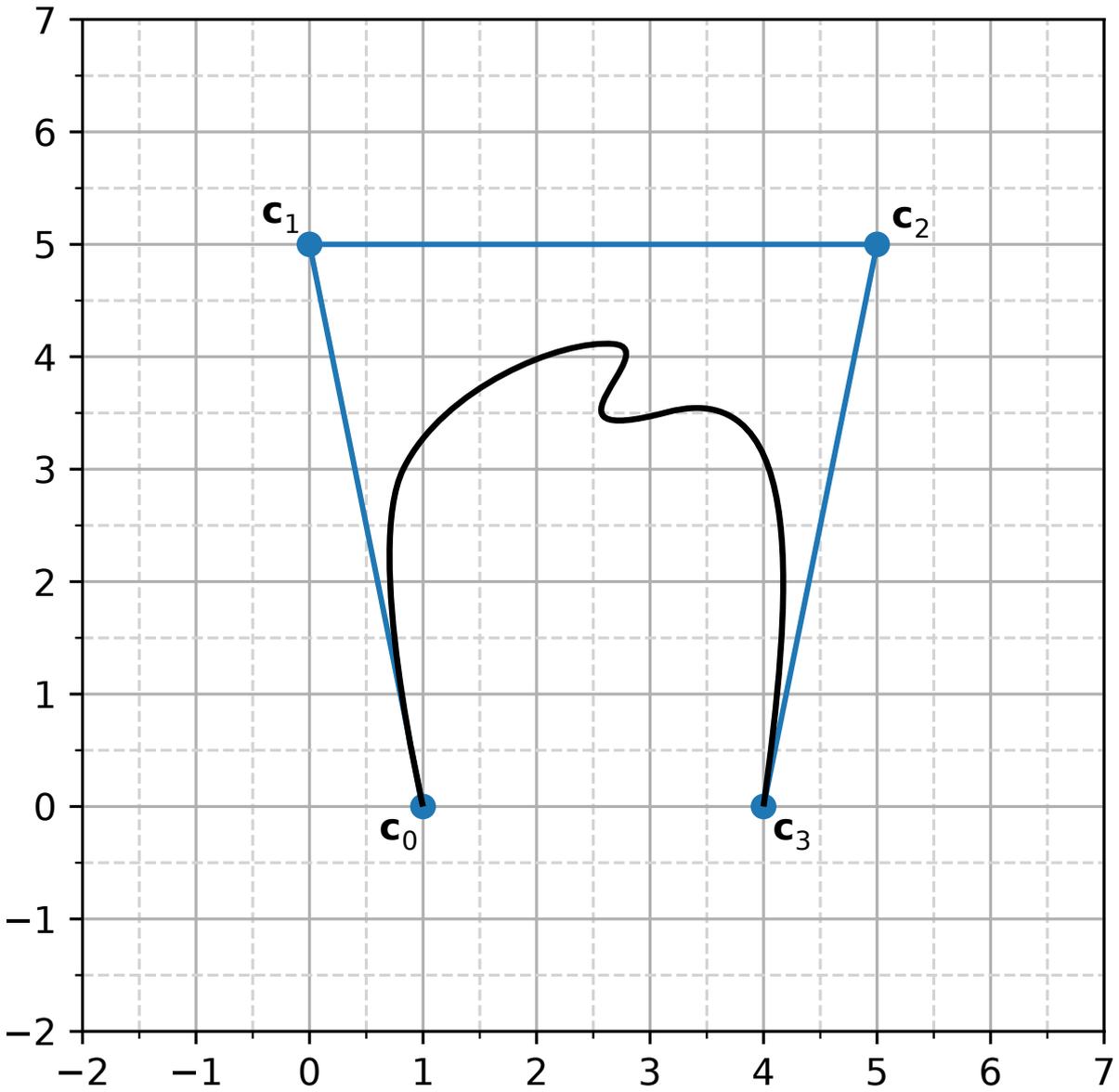


- b) Die Bézier-Kurve F soll nun durch eine affine Abbildung ϕ rotiert, skaliert und verschoben werden. Wie können Sie laut affiner Invarianz eine solche Transformation anwenden? (2 Punkte)



- c) Zeigen Sie *zeichnerisch* unter Verwendung der Variationsreduzierung, dass die abgebildete Kurve nicht der kubischen Bézier-Kurve $G(u) = \sum_{i=0}^3 \mathbf{c}_i B_i^3(u)$ entspricht! Zur Korrektur können Sie die zweite Zeichnung auf der nächsten Seite verwenden. Kennzeichnen Sie eindeutig, welche Zeichnung bewertet werden soll! (4 Punkte)





Ersatzgrafik